

Vortragsübung 4

V1) Gegeben ist ein nichtlineares System mit den Zustandsgleichungen

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -x_1 \\ x_1 + x_1^3 + x_2^3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

- Bestimmen Sie den relativen Grad für $y = x_1 + x_2^3$ an der Ruhelage $\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.
- Bestimmen Sie den relativen Grad für $y = x_2 + x_1^3$ an der Ruhelage $\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.
- Bestimmen Sie eine eingangsnormalisierte Byrnes-Isidori-Normalform (BINF) des Systems aus (a).
- Geben Sie das Signalflussbild der BINF an.
- Wie lautet die Nulldynamik des Systems aus (a)? Welche Aussage können Sie über die Stabilität der Nulldynamik machen? Hätten Sie diese Aussage auch aufgrund einer Jacobi-Linearisierung des Systems machen können?

V2) Gegeben ist das nichtlineare System

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} x_3 - x_2^3 \\ -2x_2 \\ x_1^2 - x_3 + x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

- Bestimmen Sie den relativen Grad des Systems an der Ruhelage $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.
- Transformieren Sie das System auf BINF für $\eta_1 = x_2$.
- Für welchen Bereich ist die Transformation auf BINF gültig?
- Bestimmen Sie die Nulldynamik des Systems. Was können Sie über die Stabilität der Nulldynamik aussagen?
- Transformieren Sie das System jetzt auf BINF für $\eta_1 = x_2 + x_3$.
- Bestimmen Sie die Nulldynamik des Systems. Was können Sie über die Stabilität der Nulldynamik aussagen? Hätten Sie diese Aussage auch aufgrund einer Jacobi-Linearisierung des Systems machen können?
- Geben Sie das Signalflussbild der BINF an.

V3) Gegeben sei ein nichtlineares SISO System (Eingang v , Ausgang y) der Form

$$y^{(n)} = \tilde{f}(v, v^{(1)}, \dots, v^{(m-1)}, y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}) + \tilde{g}(v, v^{(1)}, \dots, v^{(m-1)}, y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)})v^{(m)},$$

wobei $m < n$ und $v^{(k)}$ die k -te Ableitung von v darstellt (analog für y). $\tilde{f}(\cdot)$ und $\tilde{g}(\cdot)$ sind hierbei stetig differenzierbare, skalare Funktionen, wobei $\tilde{g}(\cdot) \neq 0$.

- Wählen Sie eine geeignete Zustandsraumdarstellung für das gegebene System.
- Bestimmen Sie den relativen Grad und die Nulldynamik des Systems
- Bestimmen Sie die Bedingungen an einen Diffeomorphismus $\Phi(x)$ für eine Transformation des Systems in eine eingangsnormalisierte BINF.